

**EXAMEN S.I.C. (Signal – Information – Communication)**

Tous documents autorisés  
Durée : 2 heures

23 mai 2007  
P. SIBILLE, M. TOMCZAK

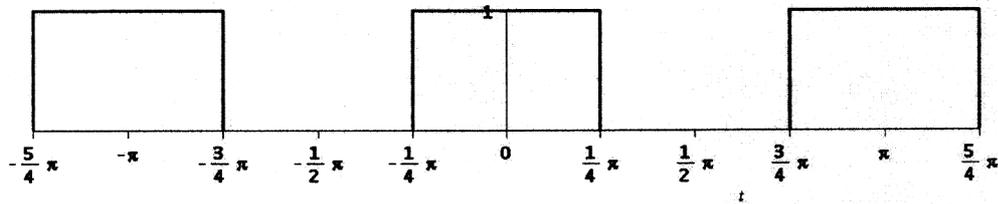
**Exercice 1 :**

Déterminer l'original temporel de la transformée de Laplace suivante :

$$G(s) = \frac{2s + 1}{s^2 + 2s + 1}$$

**Exercice 2 :**

Soit le signal continu périodique  $x_T(t)$  suivant :



Calculez les coefficients  $a_n$  et  $b_n$  de la décomposition en série de Fourier donnée par l'équation ci-après.

On intégrera entre  $\left[-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}\right]$ .

$$x_T(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos\left(n\frac{2\pi}{T}t\right) + b_n \sin\left(n\frac{2\pi}{T}t\right)$$

Commentez les différents termes.

**Exercice 3 :**

a. Déterminez la fonction de transfert discrète :

$$y(k) - \frac{1}{2}y(k-1) + \frac{1}{8}y(k-2) = u(k-5) - u(k-6)$$

b. Quel est l'ordre de la fonction de transfert ?

c. Calculez les pôles et zéros de la fonction de transfert. Le système est-il stable ?

d. En supposant que les conditions initiales sont nulles, calculez  $y(k)$  pour  $k=0$  à 10 lorsque l'entrée est une impulsion.

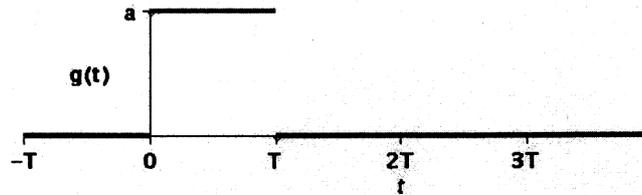
**Exercice 4 :**

Soit le système discret linéaire invariant dont la fonction de transfert est donnée par

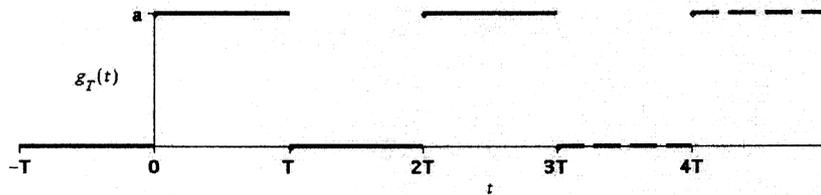
$$G(z) = \frac{z^{-1} + 4z^{-2}}{1 - z^{-1} + \frac{1}{2}z^{-2}}. \text{ Calculer l'expression analytique de la réponse impulsionnelle du système.}$$

### Exercice 5 :

Déterminer la transformée de Laplace de la fonction  $g(t)$  donnée par la figure ci-après.



En déduire la transformée de Laplace de la fonction  $g_T(t)$ .



### Exercice 6 :

Soit le système linéaire invariant dont la réponse impulsionnelle est  $g(t) = \frac{K}{T} \exp\left(-\frac{t-\tau}{T}\right) \cdot 1(t-\tau)$

soumis à une entrée  $u(t) = 1(t) - 1(t-\tau)$ ,  $K$ ,  $T$  et  $\tau$  étant des grandeurs strictement positives.

- Déterminer les transformées de Laplace de  $g(t)$  et  $u(t)$ .
- En déduire la transformée de Laplace de la sortie notée  $Y(s)$ .
- Calculez la réponse  $y(t)$  du système à cette entrée.

### Exercice 7 :

Soit la séquence d'instructions Matlab suivante :

```
N=1024 ; fs=500 ; Ts=1/fs ; T=0.05 ;  
x=sqrt(3)*sin(2*pi*(0:N-1)/(T*fs)+pi/4) ;  
win=bartlett(N) ;  
xw=win(:).*x(:) ;  
Px=abs(fft(x)) ;  
Pxw=abs(fft(xw)) ;  
w=2*pi*(0:N/2-1)*fs/N ; w=w(:) ;  
plot(w, [Px(1:N/2) Pw(1:N/2)]) ;
```

Expliquer globalement ce que réalise ce programme, puis commenter chaque instruction en explicitant le rôle et la nature des grandeurs manipulées, ainsi que, le cas échéant, les unités correspondantes.

### Questions de cours :

- Qu'illustre la variance d'un signal échantillonné et donnez en une estimation ?
- A partir d'un signal aléatoire quelconque, montrez comment une variable centrée réduite peut être obtenue.
- Comment doit-on procéder pour échantillonner un signal analogique continu ?
- Que représentent les densités spectrales de puissance ou d'énergie d'un signal ?
- Calculez la pulsation de coupure de la fonction de transfert suivante :  $\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{1+10s}$