

EXAMEN S.I.C. (Signal – Information – Communication)

Tous documents autorisés

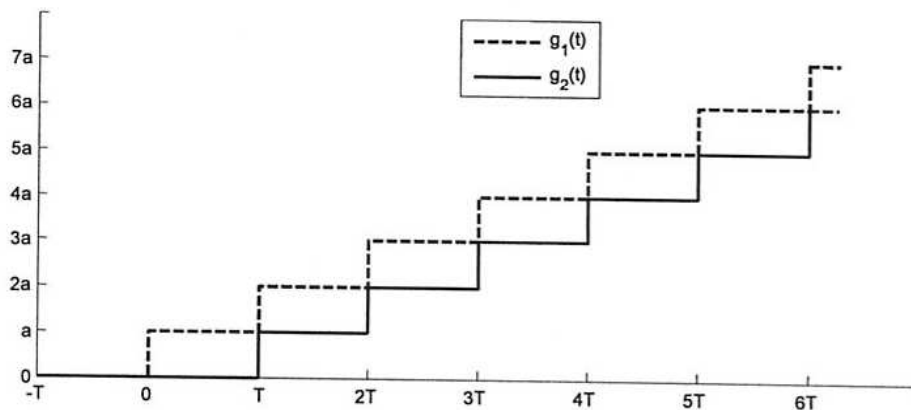
Durée : 2 heures

21 mai 2005

P. SIBILLE, M. TOMCZAK

Exercice 1 :

Déterminer la transformée de Laplace de la fonction $g_1(t)$ donnée par la figure ci-après. En déduire la transformée de Laplace de la fonction $g_2(t)$.

**Exercice 2 :**

A l'aide la transformée de Laplace, résoudre l'équation différentielle suivante :

$$\ddot{y}(t) + 5\dot{y}(t) + 6y(t) = 1(t)$$

$$\text{avec } \dot{y}(0) = 1 \text{ et } y(0) = 0$$

Commentez les différents termes qui composent la réponse $y(t)$.

Exercice 3 :

Déterminer l'original temporel de la transformée de Laplace suivante :

$$G(s) = \frac{3s+1}{s^2+3s+2}$$

Exercice 4 :

Déterminer les coefficients de la fonction de transfert du second ordre, ayant un numérateur constant, dont la réponse indicielle possède les caractéristiques suivantes : temps du premier dépassement : 4 secondes, valeur de la sortie pour le temps du premier dépassement : 3, et valeur de la sortie lorsque t tend vers l'infini : 2. On donnera : la valeur du gain statique, le coefficient d'amortissement et la pulsation propre.

Exercice 5 :

Soit le système linéaire invariant dont la réponse impulsionnelle est $g(t) = \frac{K}{T} \exp(-t/T) \cdot 1(t)$ soumis à une entrée $u(t) = 1(t) - 1(t-5T)$, K et T étant des grandeurs strictement positives. Calculer la réponse $y(t)$ du système à cette entrée.

Exercice 6 :

Soit le système discret linéaire invariant dont la réponse indicielle (entrée en échelon) est donné

par $Y(z) = \frac{z^3 - 5z^2}{(z^2 - 5z + 6)(z-1)}$. Calculer l'expression analytique de la réponse impulsionnelle du système.

Exercice 7 :

Soit la séquence d'instructions Matlab suivante :

```
N=1024 ; fe=500 ; Te=1/fe ; T=0.05 ;  
x=sqrt(2)*sin(2*pi*(0:N-1)/(T*fe)+pi/2) ;  
win=bartlett(N) ; xw=win(:).*x(:);  
Px=abs(fft(x)) ; Pxw=abs(fft(xw));  
w=2*pi*(0:N/2-1)*fe/N ; w=w(:);  
plot(w, [Px(1:N/2) Pxw(1:N/2)]) ;
```

- Expliquer globalement ce que réalise ce programme, puis commenter chaque instruction en explicitant le rôle et la nature des grandeurs manipulées, ainsi que, le cas échéant, les unités correspondantes.
- Expliquer à présent le but des instructions qui suivent. Compléter le programme de façon à obtenir successivement un graphe gradué entre 0 et $fe/2$, puis entre $-fe/2$ et $fe/2$.

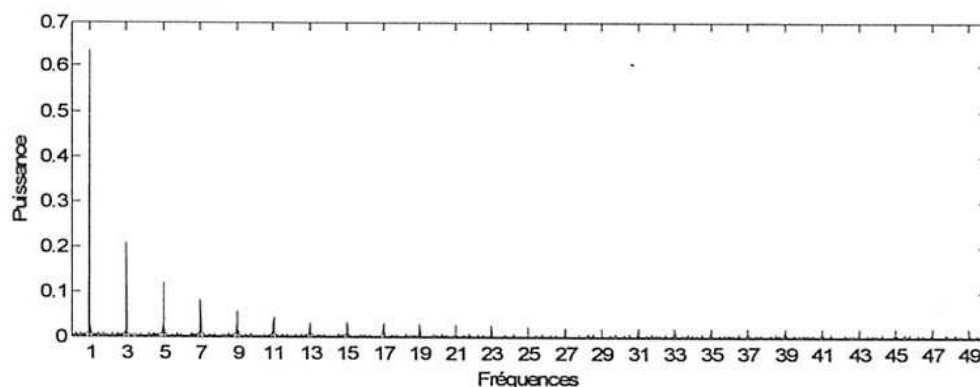
```
Px=abs(fft(x)); figure, plot(0:N/2-1, Px(1:N/2)),  
f1= ???; figure, plot(f1, Px(1:N/2)),  
f2= ???; figure, plot(f2, ???)
```

Exercice 8 :

Expliquer précisément ce que réalise le programme Matlab suivant :

```
% la fonction sign est telle que :  
% sign(x)=1 si x>0 et sign(x)=-1 si x<0  
N=4096 ; t=(0:N-1)'/100 ;  
y=sign(sin(2*pi*t)) ;  
Y=fft(y); Py=abs(Y);  
f=(0:N/2-1)'*100/N ;  
plot(f, Py(1:N/2)/N) ;
```

- Expliquer globalement ce que réalise ce programme puis commenter chaque instruction en explicitant notamment les caractéristiques du signal engendré (amplitude, période, fréquence d'échantillonnage).
- Tracer l'allure du signal $y(t)$.
- Commenter la figure ci-dessous ainsi obtenue.



Questions de cours :

- Quel rôle exact joue le filtre anti-repliement dans le processus d'échantillonnage ?
- Quelle différence y a-t-il entre le spectre d'un signal continu périodique, tel qu'une onde rectangulaire, et le spectre d'un signal aperiodique comme un créneau de durée finie ?
- Dans quel cas la densité spectrale d'un signal continu est-elle égale au carré du module de sa transformée de Fourier ?
- Donner un exemple de signal à bande étroite et un exemple de signal à bande large.
- Dans quel cas la transformée de Fourier d'un signal est-elle périodique ?